

8. En appliquant la formule donnée par l'énoncé¹ :

```
def flotVersTern(n,x):
    T=[]
    for k in range(1,n+1):
        T.append(int(3**k*x)-3*int(3**(k-1)*x))
    return T
```

9. Il suffit ici de calculer la somme $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{t_n(x)}{3^n}$ sachant que les derniers termes sont nuls :

```
def ternVersFlot(l):
    x=0
    for k in range(len(l)):
        x+=l[k]/3**(k+1)
    return x
```

10. C'est un simple test :

```
def ajout(l):
    s=0
    for k in l:
        s+=k
    if s%2==0:
        l.append(-1)
    else:
        l.append(-2)
    return l
```

De même pour verif :

```
def verif(l):
    s=0
    for k in range(len(l)-1):
        s+=l[k]
    if s%2==0 and l[-1]==-1:
        return True
    if s%2==1 and l[-1]==-2:
        return True
    return False
```

On pouvait aussi remarquer que c'est correct si la somme de tous les termes est impaire :

1. Notons ici qu'il y a un problème de précision : les flottants ont une précision maximale, et l'entier peut quant à lui être arbitrairement grand. La fonction proposée ne peut structurellement qu'être une approximation de la représentation ternaire.

```

def verif(1):
    if 1[-1]!==-1 and 1[-1]!==-2:
        return False
    return sum(1)%2==1

```

Partie 2 : Étude d'une fonction définie par une série

11. Notons $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \frac{1 + \sin nx}{3^n}$.

- Les f_n sont de classe \mathcal{C}^1 comme composition, somme et quotient de fonctions de classe \mathcal{C}^1 .
- Comme \sin varie entre -1 et 1, $\|f_n\|_\infty = \frac{2}{3^n}$. Par ailleurs, $\sum_{n \geq 1} \frac{2}{3^n}$ converge (c'est une série géométrique de raison $\frac{1}{3}$). Donc $\sum_{n \geq 1} f_n$ converge normalement, donc simplement, sur \mathbb{R} .
- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'_n(x) = \frac{n \cos nx}{3^n}$ donc $\|f'_n\|_\infty = \frac{n}{3^n}$. Or, $\frac{n}{3^n} = o\left(\frac{1}{n^2}\right)$ par croissance comparée. Comme $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2}$ est une série positive et convergente (c'est une série de Riemann d'exposant strictement plus grand que 1), par comparaison, $\sum_{n \geq 1} \frac{n}{3^n}$ converge. Donc $\sum_{n \geq 1} f'_n$ converge normalement, donc uniformément, sur \mathbb{R} .

D'après le théorème de dérivation d'une série, φ est donc bien définie sur \mathbb{R} et est de classe \mathcal{C}^1 .

12. Notons que, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\left| \frac{e^{inx}}{3^n} \right| = \frac{1}{3^n}$$

De même que dans la question 2, la série de fonctions $x \mapsto \sum_{n \geq 1} \frac{e^{inx}}{3^n}$ converge donc simplement. Notamment, sa partie imaginaire converge simplement. Soit maintenant $x \in \mathbb{R}$ (fixé pour le reste de la question) :

$$\operatorname{Im} \left(\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{inx}}{3^n} \right) = \sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{Im} \left(\frac{e^{inx}}{3^n} \right) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin nx}{3^n}$$

D'autre part, par le même calcul qu'à la question 4,

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{3^n} = \frac{1}{2}$$

On obtient donc bien